

CAŁKI.

1. Obliczyć całki: a) $\int \left(\frac{2x}{x^2} - 3x^2 \cdot \sqrt{x} \right) dx$ b) $\int \frac{5x}{\sqrt[3]{x}} dx$ c) $\int \frac{1-2x+x^2}{x\sqrt{x}} dx$ d) $\int \frac{dx}{x^2(1+x^2)}$ e) $\int \frac{x^2}{x-1} dx$
 f) $\int \frac{1+x}{1+x^2} dx$ g) $\int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x \cdot \sin^2 x} dx$ h) $\int \frac{2x}{3+4x^2} dx$ i) $\int \frac{dx}{x^2-4x+5}$.

2. Całkując przez części, obliczyć całki: a) $\int x \cos x dx$ b) $\int x^2 e^x dx$ c) $\int x^4 \ln x dx$ d) $\int \frac{\ln x}{x^2} dx$
 e) $\int \frac{x}{\sin^2 x} dx$ f) $\int x \cdot \arctg x dx$ g) $\int \arctg \frac{1}{x} dx$ h) $\int \arcsin x dx$.

3. Stosując podstawienia, wyznaczyć całki: a) $\int x \cdot e^{-x^2} dx$ b) $\int x \cdot \sqrt{4-x^2} dx$ c) $\int \frac{\cos x}{1+4\sin^2 x} dx$
 d) $\int \frac{\sqrt{x}}{x+1} dx$ e) $\int \frac{dx}{x \ln x}$ f) $\int \frac{dx}{x\sqrt{x-1}}$ g) $\int x^3 \sqrt{x^2+2} dx$ h) $\int \frac{dx}{\sqrt{1+e^{2x}}}$ i) $\int \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$ j) $\int \frac{\sqrt{x+1}}{x+2} dx$
 k) $\int \frac{x+4}{\sqrt{x-2}} dx$ l) $\int \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x} dx$ m) $\int \sin^6 x \cos^3 x dx$ n) $\int \sin^5 x dx$ o) $\int \operatorname{tg}^3 x dx$ p) $\int \frac{dx}{\sin x \cos x}$.

4. Znaleźć całki funkcji wymiernych: a) $\int \frac{dx}{x^2+6x+13}$ b) $\int \frac{2x-3}{x^2-2x+5} dx$ c) $\int \frac{x^5+x^4-8}{x^3-4x} dx$
 d) $\int \frac{x^3+1}{x^3-x^2} dx$ e) $\int \frac{3x+2}{x^3-4x^2+4x} dx$ f) $\int \frac{x^4+1}{x^3-x^2+x-1} dx$ g) $\int \frac{dx}{x^4+2x^3+x^2}$ h) $\int \frac{dx}{x^4+5x^2+4}$.

5. Stosując podstawienie uniwersalne, obliczyć całki: a) $\int \frac{dx}{\sin x}$ b) $\int \frac{dx}{5-3\cos x}$ c) $\int \frac{dx}{\sin^3 x}$ d) $\int \frac{dx}{5+4\sin x}$.

6. Obliczyć całki oznaczone: a) $\int_1^e \ln x dx$ [1] b) $\int_0^1 x^5 \sqrt{1+x^3} dx$ $\left[\frac{4(\sqrt{2}+1)}{45} \right]$ c) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \operatorname{tg}^4 x dx$ $\left[\frac{\pi}{4} - \frac{2}{3} \right]$
 d) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^3 x}{\sin^2 x} dx$ $\left[\frac{1}{2} \right]$ e) $\int_0^1 x \cdot e^x dx$ [1] f) $\int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{x dx}{\sqrt{1-x^4}}$ $\left[\frac{\pi}{12} \right]$ g) $\int_3^6 \frac{x+1}{\sqrt{x-2}} dx$ $\left[\frac{32}{3} \right]$ h) $\int_1^2 \frac{e^x}{x^2} dx$ $[e - \sqrt{e}]$
 i) $\int_1^e \frac{dx}{x\sqrt{1-\ln^2 x}}$ $\left[\frac{\pi}{2} \right]$ j) $\int_1^e \frac{dx}{x\sqrt{1+\ln x}}$ $[2\sqrt{2}-2]$.

7. Znaleźć pole figury ograniczonej krzywymi: a) $y = 2x - x^2$ i $y = x - 2$ b) $y = \frac{3}{4}x^2 + 9$, $y = x^2$

c) $y = \frac{1}{1+x^2}$, $y = \frac{x^2}{2}$ d) $y^2 = x+1$, $y = x+1$ e) $y = x$, $y = \frac{1}{x}$, $x = 3$ f) $x \cdot y = 3$, $x + y = 4$

g) $y = x$, $y^2 + 3x = 4$ h) $y = 2 - x^2$, $y = \sqrt[3]{x^2}$.