

FUNKCJE DWÓCH I TRZECH ZMIENNYCH.

1. Naszkicować wykresy funkcji dwóch zmiennych: a) $f(x, y) = 4 - x^2 - y^2$ b) $f(x, y) = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$.

2. Obliczyć wszystkie pochodne cząstkowe I rzędu funkcji:

a) $f(x, y, z) = \sqrt{x} \cdot \ln(y^2 + z^2)$ b) $f(x, y, z) = x^z + z^y$ c) $f(x, y, z) = x^{2yz}$ d) $f(x, y) = e^{x^2} \sin xy$
e) $f(x, y, z) = x^{2y} \cdot z^{2x}$ f) $f(x, y, z) = z^x \cdot x^y - y^x \cdot z^y$ g) $f(x, y) = e^{xy} \cos(x + y)$

3. Obliczyć wszystkie pochodne cząstkowe drugiego rzędu i sprawdzić, czy pochodne mieszane są równe:

a) $f(x, y) = \operatorname{arctg}(x \cdot y)$ b) $f(x, y) = x \cdot e^{x \cdot y}$ c) $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ d) $f(x, y) = x \ln(xy)$

4. Znaleźć ekstrema funkcji dwóch zmiennych:

a) $f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 15x - 12y$ b) $f(x, y) = x^3 - 2y^3 - 3x + 6y$ c) $f(x, y) = 2x^3 + xy^2 + 5x^2 + y^2$
d) $f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 6xy$ e) $f(x, y) = \frac{x}{y} + \frac{1}{x} + y$.