

FUNKCJE RZECZYWISTE. FUNKCJA ZŁOŻONA, FUNKCJA ODWROTNA.

1. Określić dziedzinę funkcji: a) $f(x) = \sqrt{7+6x-x^2}$ b) $f(x) = \frac{\ln(x^2-9)}{x^3+5x^2-6x}$ c) $f(x) = \frac{\sqrt{3-2x-x^2}}{\sqrt{9-x^2}}$
- d) $f(x) = \frac{\cos 3x}{\operatorname{tg} x}$ e) $f(x) = \frac{(\sqrt{3-x})^2}{2\log(1-x)}$.
2. Narysować wykres funkcji: a) $f(x) = |2x| - x + 1$ b) $f(x) = x^2 - |x|$.
3. Dane są funkcje określone wzorami: $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$, $k(u) = 1 + u^2$, $h(t) = \operatorname{tg} t$. Znaleźć wzór funkcji złożonej:
a) $f \circ k \circ h$ b) $k \circ h \circ f$. Obliczyć wartości: a) $f \circ h\left(\frac{\pi}{3}\right)$ oraz b) $f \circ h \circ k\left(\sqrt{\frac{\pi}{3}} - 1\right)$.
4. Niech $f(x) = x^2 + 4x + 1$, $g(x) = x^2 - 2$. Znaleźć wzory funkcji: $g \circ f(x)$ i $f \circ g(x)$. Czy złożenie funkcji jest operacją przemienną?
5. Niech $h(x) = x^3 + x - 3$, $f(x) = x + 2$. Wiadomo, że $h = g \circ f$, czyli $h(x) = g(f(x))$ dla każdego x . Znaleźć wzór funkcji $g(x)$.
6. Dla podanych funkcji znaleźć wzór odwrotnej: a) $f(x) = \frac{x+1}{2x-3}$ b) $f(x) = \sqrt[3]{\frac{x+6}{x-1}}$ c) $f(x) = 10^{3x^2+1}$
- d) $f(x) = \frac{2^x}{1+2^x}$ e) $f(x) = \frac{2 \cdot e^x - 3}{e^x}$ f) $f(x) = 1 + \ln\left(\frac{x+1}{2}\right)$ g) $f(x) = \arccos\left(\frac{1}{2}x + 1\right)$
- h) $f(x) = \frac{1}{2}\sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right)$ i) $f(x) = 4\operatorname{ctg}(x^3 + 1)$ j) $f(x) = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \sqrt{x+2}$.
7. Obliczyć wartość: a) $\frac{1}{2}\operatorname{arc} \cos \frac{1}{2}\sqrt{3} + \operatorname{arc} \operatorname{tg}(-\sqrt{3}) - 3\operatorname{arc} \sin \frac{\sqrt{2}}{2}$ b) $\operatorname{arc} \cos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\sqrt{3}}{3}$
- c) $\cos\left(3\operatorname{arc} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} + \operatorname{arc} \cos\left(-\frac{1}{2}\right)\right)$ d) $\operatorname{arc} \operatorname{tg}\left(\operatorname{tg} \frac{7}{8}\pi\right)$ e) $\operatorname{arc} \cos\left(\sin \frac{15}{7}\pi\right)$.