

FUNKCJE DWÓCH I TRZECH ZMIENNYCH.

1. Wyznaczyć i naszkicować dziedzinę funkcji: $f(x, y) = \frac{x^2 y}{\sqrt{x^2 + y^2 - 25}}$

2. Naszkicować wykresy funkcji dwóch zmiennych:

a) $f(x, y) = x^2 + y^2$ b) $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ c) $f(x, y) = 4 - x^2 - y^2$ d) $f(x, y) = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$.

3. Obliczyć wszystkie pochodne cząstkowe I rzędu funkcji:

a) $f(x, y, z) = z \cdot \arctg \frac{x}{y}$ b) $f(x, y, z) = \sqrt{x} \cdot \ln(y^2 + z^2)$ c) $f(x, y, z) = x \cdot e^{x^2 + y^2} + x^z$ d) $f(x, y, z) = x^{\frac{z}{y}}$

e) $f(x, y) = e^{x^2} \sin xy$ f) $f(x, y, z) = x^y - z^x$ g) $f(x, y) = x \ln(x^2 + y^2)$ h) $f(x, y, z) = x^{2y} \cdot z^{2x}$.

3. Obliczyć wszystkie pochodne cząstkowe drugiego rzędu i sprawdzić, że pochodne mieszane są równe:

a) $f(x, y) = x^2 e^y - y \cos x$ b) $f(x, y) = x e^{xy}$ c) $f(x, y) = \sin(x^2 + y^2)$.

4. Znaleźć ekstrema funkcji dwóch zmiennych:

a) $f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 15x - 12y$ b) $f(x, y) = x^3 - 2y^3 - 3x + 6y$ c) $f(x, y) = 2x^3 + xy^2 + 5x^2 + y^2$

d) $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$ e) $f(x, y) = \frac{x}{y} + \frac{1}{x} + y$.