

LICZBY ZESPOLONE.

1. Wykonać działania (doprowadzić do postaci kartezjańskiej): a) $\frac{5-2i+i(3+4i)}{5-2i-(3-4i)}$ b) $\frac{(3+2i)^2}{(3+4i)^3}$.

2. Obliczyć moduł liczby zespolonej: $\frac{(1+3i)^4}{(3-4i)^2}$.

3. Na płaszczyźnie zespolonej zaznaczyć zbiór liczb, spełniających warunki: a) $\operatorname{Re}(iz+2)=0$

b) $\operatorname{Im}[(2-2i)z+1-3i] \geq 1$ c) $\operatorname{Im}(z^2) \leq 0$ d) $\frac{4}{z} = \bar{z}$ e) $|z|^2 \leq 2\operatorname{Re}z$ f) $\left| \frac{4+3i}{z-i} \right| \geq 5$.

4. Niech $z_1 = 2\left(\cos\frac{1}{5}\pi + i\sin\frac{1}{5}\pi\right)$, $z_2 = 3\left(\cos\frac{3}{10}\pi + i\sin\frac{3}{10}\pi\right)$. Wykorzystując wzory Moivre'a, obliczyć wartość $z_1^3 \cdot z_2^3$. Wynik doprowadzić do postaci kartezjańskiej.

5. Korzystając ze wzoru Moivre'a, obliczyć wartość następującego wyrażenia i doprowadzić wynik do postaci

kartezjańskiej: a) $\left(\frac{2\sqrt{3}-2i}{-1-i}\right)^7$ b) $\frac{(1+i)^{22}}{(-1+\sqrt{3}i)^7}$.

6. Korzystając ze wzorów Moivre'a, obliczyć wszystkie pierwiastki podanego stopnia z liczby zespolonej z . Podać wyniki w postaci kartezjańskiej. Przedstawić pierwiastki graficznie na płaszczyźnie zespolonej:

a) trzeciego st. z liczby $z = -8i$ b) czwartego st. z liczby $z = -1$ c) czwartego st. z liczby $z = -8+8\sqrt{3}i$.

7. Rozwiązać równanie zespolone: a) $z^4 - 3z^2 - 4 = 0$ b) $z^4 + z = 0$ c) $z^2 - 3z + 3 + i = 0$

d) $z^2 + (-1+3i)z - 2(1+i) = 0$ e) $iz^2 - (4-i)z + (1-5i) = 0$ f) $z^4 + (4-2i)z^2 - 8i = 0$.