POCHODNA FUNKCJI . ZASTOSOWANIE POCHODNEJ.

1. Obliczyć pochodne funkcji (a - stała) : a) $f(x)=3x^2-2x\cdot\sqrt{x}$ b) $f(x)=4\cdot\sqrt[4]{x^3}$ c) $f(x)=\dfrac{2x^3+4x}{x^2\cdot\sqrt{x}}$

d) $f(x)=x^2\cos^2 3x$ e) $f(x)=\dfrac{\arcsin 4x}{\sin^2 x}$ f) $f(x)=\dfrac{e^{x^2}}{\sqrt{1+\sin^2 x}}$ g) $f(x)=\sqrt[3]{\sin x\cdot\cos^2 x}$ h) $f(x)=\operatorname{tg}^3(e^{3x})$

i) $f(x)=\dfrac{(\cos x)^3}{e^{\operatorname{tg}2x}}$ j) $f(x)=a\cdot\arccos\dfrac{a}{x}$ k) $f(x)=3^{\frac{\ln x}{e^x}}$ l) $f(x)=a^{x^a}$

2. Znaleźć drugą pochodną funkcji, wynik doprowadzić do najprostszej postaci:

a) $f(x)=x\cdot\operatorname{arc\,tg}\dfrac{1}{x}$ b) $f(x)=\cos e^x$ c) $f(x)=\dfrac{x-6}{x+1}$

3. Sprawdzić, że podana niżej funkcja $y=f(x)$ spełnia dane obok równanie różniczkowe:

a) $y=x^2+(x-1)e^x;\ xy''=y'+x^2e^x$ b) $y=e^x\sin x;\ y''-2y'+2y=0$ c) $y=\arcsin x;\ (1-x^2)y''=xy'$.

4. Stosując regułę de L`Hospitala, obliczyć granice:

a) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{\sqrt{x}}$ b) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\cos x}{x}$ c) $\lim\limits_{x\to+\infty}(x^2\cdot e^{-x^2})$ d) $\lim\limits_{x\to 1^-}[\ln x\ln(1-x)]$ e) $\lim\limits_{x\to 0^+}(x\cdot e^{\frac{1}{x}})$

f) $\lim\limits_{x\to-\infty}[x(\operatorname{arc\,ctg}x-\pi)$ g) $\lim\limits_{x\to\infty}[x\cdot(e^{\frac{1}{x}}-1)]$ h) $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{x}{x-1}-\dfrac{1}{\ln x}\right)$ i) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{e^x-1}\right)$.

5. Określić dziedzinę i znaleźć asymptoty funkcji: $f(x)=\ln(1+e^{-x})$. Narysować wykres.

6. Wyznaczyć dziedzinę, przedziały monotoniczności i ekstrema funkcji:

a) $f(x)=xe^{-x^2}$ b) $f(x)=x^2e^{-x}$ c) $f(x)=\sqrt{x}\cdot\ln^2 x$ d) $f(x)=\dfrac{x^2}{2}+4\ln(x+5)$.

7. Wyznaczyć dziedzinę, miejsca zerowe, asymptoty (jeśli są), wyznaczyć przedziały monotoniczności i ekstrema lokalne oraz narysować wykres funkcji: a) $f(x)=x\ln x^2$ b) $f(x)=x\ln^2 x$ c) $f(x)=x^2e^{-x^2}$.

8. Napisać wzór Maclaurina funkcji $f(x)=e^x$ dla $n=5$. Na podstawie tego wzoru obliczyć przybliżoną wartość liczby $\dfrac{1}{\sqrt[4]{e}}$ i oszacować błąd przybliżenia.

9. Napisać wzór Maclaurina funkcji $f(x)=\ln(x+1)$ dla $n=6$. Wykorzystując ten wzór, obliczyć przybliżoną wartość liczby $\ln\left(\dfrac{5}{4}\right)$, a następnie oszacować błąd przybliżenia.

10. Napisać wzór Maclaurina funkcji $f(x)=\ln(1-x)$ dla $n=5$. Wykorzystując ten wzór, obliczyć przybliżoną wartość liczby $\ln 0.5$, a następnie oszacować błąd przybliżenia.