

Dziedzina funkcji.

W [.] odpowiedzi.

1. Określić dziedzinę funkcji: a) $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x} \left[x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{C} \right]$ b) $f(x) = \frac{2^x}{2^x - 1} \left[x \neq 0 \right]$

c) $f(x) = \sqrt{\ln(5-x)} \left[x \in (-\infty, 4] \right]$ d) $f(x) = \ln \frac{2x}{1-x^2} \left[x \in (-\infty, -1) \cup (0, 1) \right]$

e) $f(x) = \ln \left(\frac{x^2 - 4}{x+1} \right) \left[x \in (-2, -1) \cup (2, \infty) \right]$ f) $f(x) = \arcsin \left(\frac{x-1}{x+3} \right) \left[x \in [-1, \infty) \right]$

g) $f(x) = \frac{\arcsin(2x-1)}{x-3} \left[x \in [0, 1] \right]$ h) $f(x) = \arccos(x+2) + \ln(9-x^2) \left[x \in (-3, -1] \right]$

i) $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x - 3} - \frac{\log(4-x)}{x^3 + x^2 - 20x} \left[x \in (-\infty, -5) \cup (-5, -3) \cup [1, 4) \right]$

j) $f(x) = \frac{\sqrt{10-2x}}{|x+2|-1} \left[x \in (-\infty, -3) \cup (-3, -1] \cup (-1, 5] \right]$ k) $f(x) = \arccos \left(\frac{3x+2}{x-1} \right) \left[x \in \left[-\frac{3}{2}, -\frac{1}{4}\right] \right]$

l) $f(x) = \log_6(x^2 - 3x + 2) + \log(x+3) \left[x \in (-3, 1) \cup (2, \infty) \right]$.

2. Narysować wykres funkcji: a) $f(x) = |2x - 3|$ b) $f(x) = |2x| - x + 1$ c) $f(x) = x^2 - |x|$.

Funkcja złożona i odwrotna.

1. Niech $f(x) = \cos x$, $g(x) = \sqrt[4]{x}$, $h(x) = 1 + x^2$. Wyznaczyć wzór funkcji złożonej: a) $h(g(f(x)))$

b) $g(h(f(x)))$. Znaleźć wartość tych funkcji w punkcie $x = 0$ [a) $k(x) = 1 + \sqrt{\cos x}$, $k(0) = 2$

[b) $l(x) = \sqrt[4]{1 + \cos^2 x}$, $l(0) = \sqrt[4]{2}$]

2. Znaleźć wzór funkcji odwrotnej do : a) $f(x) = \frac{1}{4} \operatorname{tg} \left(x + \frac{\pi}{2} \right) \left[f^{-1}(x) = \operatorname{arctg} 4x - \frac{\pi}{2} \right]$

b) $f(x) = 2 \arcsin(3x+1) \left[f^{-1}(x) = \frac{1}{3} \sin \left(\frac{1}{2} x \right) - \frac{1}{3} \right]$ c) $f(x) = \frac{e^{3x-4}}{2} \left[f^{-1}(x) = \frac{1}{3} \ln(2x) + \frac{4}{3} \right]$

d) $f(x) = 1 + \ln \left(\frac{x+1}{2} \right) \left[f^{-1}(x) = 2 \cdot e^{x-1} - 1 \right]$ e) $f(x) = 4 \cdot e^{\sqrt{x}} + 2 \left[f^{-1}(x) = \ln^2 \left(\frac{x-2}{4} \right) \right]$

h) $f(x) = 1 - \ln^2 x \left[f^{-1}(x) = e^{\sqrt{1-x}} \right]$ i) $f(x) = \frac{e^x}{e^x - 2} \left[f^{-1}(x) = \ln \left(\frac{2x}{x-1} \right) \right]$.